

令和6年度春期実施東北大学大学院医工学研究科

博士課程前期2年の課程（医学系）

入学試験問題

Questions for the Entrance Examination to the Master's Program of Biomedical Engineering
(Medical)

数学基礎

Basic Mathematics

問題 1.

次の関数のマクローリン展開を x^5 の項まで求めよ。

Calculate Maclaurin expansion of the following functions up to the term x^5 .

(1) $f(x) = e^x \sin x$

(2) $f(x) = e^{ax}$ (a : constant)

問題 2.

次の積分を求めよ。

Calculate the following integrals.

(1) $\int \frac{1}{4-x^2} dx$

(2) $\int x^2 e^x dx$

(3) $\int \frac{x^2}{1-x^3} dx$

(4) $\int \frac{1}{1+\sin x} dx$

問題 3.

(1) 放物線 $y = x^2 - 4$ と直線 $y = -x + 2$ で囲まれる部分の面積を定積分により求めよ。

(2) 曲線

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (0 \leq x \leq 1)$$

の長さを求めよ。ただし $y = f(x)$ ($a \leq x \leq b$) の曲線の長さ L は

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{df(x)}{dx}\right)^2} dx$$

と表されることを用いよ。

(1) Find the area surrounded by the parabola $y = x^2 - 4$ and the line $y = -x + 2$ using definite integrals.

(2) Find the length of the curve

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (0 \leq x \leq 1).$$

Note that the length L of the curve $y = f(x)$ ($a \leq x \leq b$) can be expressed as

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{df(x)}{dx}\right)^2} dx.$$

問題 4.

(1) 次の微分方程式

$$y' = \frac{x + 2y}{x}$$

は同次形 ($y' = f(y/x)$) とみなせる。一般解を求めよ。

The following differential equation

$$y' = \frac{x + 2y}{x}$$

can be regarded as a homogeneous equation ($y' = f(y/x)$). Find the general solution.

(2) 次の微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = y \cdot \cos x$$

について一般解を求めよ。

For the differential equation,

$$\frac{dy}{dx} = y \cdot \cos x$$

find the general solution.

問題 5.

次の 2 つの複素数をそれぞれ極形式で表せ。またその表現を用いて積 $z_1 z_2$ を求めよ。

$$z_1 = -3 + \sqrt{3}i, z_2 = 1 + \sqrt{3}i$$

Express the following two complex numbers in polar form and use the expressions to calculate their product, $z_1 z_2$.

$$z_1 = -3 + \sqrt{3}i, z_2 = 1 + \sqrt{3}i$$

問題 6.

次の連立一次方程式

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x - 2y - z = 1 \\ -5x + 6y + 9z = 11 \end{cases}$$

について、

- (1) 行列を用いて書き表し、
- (2) 解を求めよ。

For the simultaneous linear equation,

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x - 2y - z = 1 \\ -5x + 6y + 9z = 11 \end{cases}$$

- (1) show matrix representation and,
- (2) find the solution.