令和７（2025）年度秋季実施東北大学大学院医工学研究科
博士課程前期２年の課程（医学系）
入学試験問題
Questions for the Entrance Examination to the Master’s Program of Biomedical Engineering (Medical)

試験科目　：　**数学基礎**
Examination Subject: **Basic Mathematics**

問題 1.
次の導関数を求めよ。
Find the following derivatives.

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\log\sqrt{x}\right)$

(2) $\dfrac{d}{dx}(x\cot x)$

(3) $\dfrac{d}{dx}\left(e^{\sin^2 x}\right)$

問題 2.
次の積分を求めよ。
Find the following integrals.

(1) $\displaystyle\int_1^2 4x\log(x+1)dx$

(2) $\displaystyle\int_0^{\pi/4}\tan x\,dx$

(3) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{6x^2+17x+12}$

問題 3.
xy 平面の第 1 象限において、曲線 $y = \sin x$ 、縦方向の直線 $x = \pi/2$、および x 軸によって囲まれた領域を R とする。以下の問に答えよ。

(1) 領域 R の面積を求めよ。

(2) 領域 R を x 軸のまわりに回転して得られる立体の体積を求めよ。

Let R be the region in the first quadrant of the xy-plane bounded by the curve $y = \sin x$, the vertical line $x = \pi/2$, and the x-axis. Answer the following questions.

(1) Find the area of region R.

(2) Find the volume of the solid obtained by rotating region R about the x-axis.

問題 4.
以下の微分方程式の一般解を求めよ。
Find the general solutions to the following differential equations.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 \sin^2 x$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{x}{\mathrm{y}}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{x}\right) \qquad (x > 0)$

問題 5.

xy 平面上の点を列ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で表す。2 行 2 列の実係数行列 $S = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は、この点を新たな点 $S\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に移す写像であると考えることができる。いま、行列 S は点$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を点$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ に移し、点$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ を点$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ に移すものとする。以下の問に答えよ。

(1) a, b, c, d の値を求めよ。

(2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ を頂点とする正方形に、S を作用させて得られる図形の面積を求めよ。

Points in the xy-plane are represented by column vectors $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. A 2×2 real matrix $S = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ can be regarded as a transformation that maps each point to a new point $S\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Suppose that the matrix S maps the point $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ to $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$, and the point $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ to $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$. Answer the following questions:

(1) Find the values of $a,\ b,\ c,$ and d.

(2) Let S act on the square with vertices $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ and $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, and find the area of the resulting figure.

問題 6.

2 つの平面 $5x - y - z = 5$ および $x - 3y + 4z = 4$ について考える。以下の問に答えよ。

(1) ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ p \\ q \end{pmatrix}$ は 2 つの平面の交線と平行であるとする。このとき、p および q の値を求めよ。

(2) 2 つの平面の交線に垂直であり、かつ原点を通る平面の方程式を求めよ。

(3) 2 つの平面と第 3 の平面 $ax + by + cz = d$ がただ 1 つの交点を持つための条件を求めよ。

Consider the two planes given by the equations $5x - y - z = 5$ and $x - 3y + 4z = 4$. Answer the following questions:

(1) Suppose the vector $\begin{pmatrix} 1 \\ p \\ q \end{pmatrix}$ is parallel to the line of intersection of the two planes. Find the values of p and q.

(2) Find the equation of the plane that passes through the origin and is perpendicular to the line of intersection of the two given planes.

(3) Find the condition for the two given planes and a third plane $ax + by + cz = d$ to have exactly one point of intersection.